



PUC
RIO

VESTIBULAR 2016
GABARITOS E COMENTÁRIOS
GRUPO 3 (2º DIA – 12/10/2015)

PROVAS:

- FÍSICA E QUÍMICA (OBJETIVAS)
- GEOGRAFIA, HISTÓRIA E MATEMÁTICA (DISCURSIVAS)

1) Resposta: (A) 3,5

(A) Resposta correta. A força gravitacional é $F = GmM/R^2 = mV^2/R$ daí $V = \sqrt{GM/R}$, mas $T = 2\pi R/V = 2\pi R^{3/2}/\sqrt{GM}$, ou seja, o período depende de $R^{3/2}$. Se o raio é 4 vezes menor, o período é 8 vezes menor, 3,5 dias.

2) Resposta: (D) 15

(D) Resposta correta. A ddp sentida pelo resistor é $1.0\text{mA} \cdot 10\text{k}\Omega = 10\text{V}$. Esta queda só pode acontecer em este resistor em série com a bateria. Sobram 5V, o que, para corrente de 1,0 mA, significa resistência de $5\text{k}\Omega$ – os outros dois resistores devem estar em paralelo entre si. Portanto $R_{eq} = 10 + (10 \cdot 10 / (10 + 10)) = 15\text{k}\Omega$.

3) Resposta: (C) 38

(C) Resposta correta. A velocidade média é dada pelo deslocamento *escalar* total dividido pelo tempo total, ou seja, $(1+1+5)/(11/60) = 38\text{km/h}$.

4) Resposta: (E) 0,56

(E) Resposta correta. O calor é o mesmo, portanto $mL = mc\Delta T \Rightarrow c = L/\Delta T = 25/45 = 0.56$.

5) Resposta: (C) Nenhuma das afirmações é verdadeira.

(C) Resposta correta. (I) Falsa: o trabalho realizado nos dois casos é o mesmo – (1) $W = mgh$; (2) $W = mg\text{sen}30^\circ \cdot h/\text{sen}30^\circ = mgh$. (II) Falsa: para levantar a caixa com velocidade constante no caso (2), é necessária uma força (em módulo) igual a $mg\text{sen}30^\circ$ (III) Falsa: a força normal não realiza trabalho.

6) Resposta: (A) 600

(A) Resposta correta. Como voltou ao seu volume inicial, vale $p_1/T_1 = p_2/T_2$, o que dá $T_2 = p_2 T_1 / p_1 = 600\text{K}$.

7) Resposta: (B) Dada uma fonte de onda sonora ou luminosa, a frequência da onda medida por um receptor depende da velocidade da fonte em relação a este receptor.

(B) Resposta correta. Este é o conhecido efeito Doppler, que ocorre tanto para luz como para som. Letra (A) é falsa pois ondas luminosas não dependem de meio material para se propagarem; (C) é falsa já que a velocidade da luz depende do índice de refração do meio; (D) é falsa pois a velocidade da luz no vácuo é absoluta; (E) é falsa pois a velocidade da luz no vácuo é constante.

8) Resposta: (E) o bloco não consegue chegar ao ponto C.

(E) Resposta correta. O bloco não chega ao ponto C porque se desprende da pista antes. A opção (D) é falsa pois a velocidade no ponto B é 4.3m/s .

9) Resposta: (B) 92

(B) 92. Resposta correta. $\rho_{Al} \times V_{Al} \times g = \rho_{\text{agua}} \times (4/3 \pi R^3)/2 \times g$. Substituindo os valores, chega-se a $V_{Al} = 20\pi/3$ e portanto $V_{oco} = 4/3 \pi 3^3 - 20\pi/3 = 92\text{cm}^3$.

10) Resposta: (C) 72

(C) correta – como a energia eletrostática é da forma $-kQq/R$, multiplicando as cargas por 2 e as distâncias por 3, multiplicamos a energia total por $2 \times 2/3 = 4/3$. Assim, a nova energia será $4/3 \times 54 = 72\text{ }\mu\text{J}$.

11) Resposta: (C) fenol e amina.

- a) INCORRETO, pois, na estrutura representada, há a função álcool, que é caracterizada pela presença de uma hidroxila (-OH) ligada a um carbono saturado. Contudo não há função amida, que caracteriza-se pela presença de um átomo de nitrogênio ligado a uma carbonila (-C=O).
- b) INCORRETO, pois não há função aldeído na estrutura representada. Um aldeído caracteriza-se pela presença de um átomo de hidrogênio ligado a uma carbonila (-C=O).
- c) CORRETO, pois na sinefrina há um fenol, que se caracteriza pela presença de uma hidroxila (-OH) ligada a um anel aromático e também há uma amina, que caracteriza-se pela presença de um átomo de nitrogênio ligado a dois átomos de carbono através de ligações simples.
- d) INCORRETO, pois não há função aldeído na estrutura representada.
- e) INCORRETO, porque não há função cetona na estrutura representada. Uma cetona caracteriza-se pela presença de um grupo carbonila (-C=O), ligada a dois átomos de carbono.

12) Resposta: (B) óptica.

- a) INCORRETO, pois as insaturações nas estruturas representadas apresentam a mesma orientação espacial.
- b) CORRETO, pois, em ambas as estruturas, há um carbono quiral (assimétrico). Na primeira estrutura, o substituinte sec-propil ligado ao carbono quiral está orientado pra frente, e na segunda estrutura esse mesmo substituinte está orientado para trás. Portanto, as duas estruturas possuem uma relação de isomeria óptica.
- c) INCORRETO, pois, nas estruturas representadas há relação de isomeria espacial do tipo óptica e não do tipo plana.
- d) INCORRETO, pois, nas estruturas representadas há isomeria espacial do tipo óptica e não do tipo posição (que é plana).
- e) INCORRETO, pois, nas estruturas representadas há isomeria espacial do tipo óptica e não do tipo cadeira (que é plana).

13) Resposta: (A) sp^2 , sp^2 , sp^3 , sp , sp , sp^3

- a) CORRETO, pois átomo de carbono com dupla ligação isolada possui hibridização sp^2 ; átomo de carbono com ligação simples possui hibridização sp^3 ; e átomo de carbono com ligação tripla possui hibridização sp . Assim sendo, 1 e 2 possuem hibridização sp^2 ; 3 possui hibridização sp^3 , 4 e 5 possuem hibridização sp e 6 possui hibridização sp^3 .
- b) INCORRETO, pois o carbono 3 possui hibridização sp^3 e não sp ; 4 e 5 possuem hibridização sp e não sp^3 e 6 possui hibridização sp^3 e não sp .
- c) INCORRETO, pois a hibridizações de 1, 2, 4 e 5 não equivalem a sp^2, sp^2, sp e sp , respectivamente.
- d) INCORRETO, pois as hibridização de 1, 2, 4 não equivalem a sp^2, sp^2, sp e sp , respectivamente.
- e) INCORRETO, pois as hibridização de 3 e 5 não equivalem a sp^3 e sp , respectivamente.

14) Resposta: (D) o mercúrio tem o raio atômico maior.

- a) INCORRETO. Pela posição dos dois elementos na tabela periódica, tem-se que o mercúrio é o líquido mais denso.
- b) INCORRETO. Pela posição dos dois elementos na tabela periódica, tem-se que o bromo é o halogênio.
- c) INCORRETO. Pela posição dos dois elementos na tabela periódica, tem-se que o mercúrio é o menos eletronegativo.
- d) CORRETO.
- e) INCORRETO. O mercúrio é um metal de transição com elétrons de valência em orbital f .

15) Resposta: (E) a constante de equilíbrio global do processo igual a 1×10^{-20} .

- a) INCORRETO. Se há liberação de H^+ na solução, o pH deve ser ácido.
- b) INCORRETO. A equação de equilíbrio é $a ([H^+]^2 \times [S^{2-}]) / [H_2S]$.
- c) INCORRETO. As constantes de equilíbrio indicam que a ionização do H_2S em água é parcial.
- d) INCORRETO. Se há liberação de H^+ na solução, o pH deve ser ácido.
- e) CORRETO. A constante global igual a $(1 \times 10^{-7}) \times (1 \times 10^{-13}) = 1 \times 10^{-20}$.

16) Resposta: (A) 0,4

A estequiometria de reação é $SnO_{2(s)} + 2 C_{(s)} \rightarrow Sn_{(s)} + 2 CO_{(g)}$

$$n(SnO_2) = 600000 \text{ g} / 151 \text{ g mol}^{-1} \cong 3974 \text{ mol}$$

$$n(C) = 100000 \text{ g} / 12 \text{ g mol}^{-1} \cong 8333 \text{ mol}$$

Ou seja, o carbono está em excesso considerando a proporção de 2 C para 1 SnO_2

$$n(C)/n(SnO_2) = 8333/3974 \cong 2,1$$

Se o minério contivesse apenas SnO_2 , seriam obtidos 3974 mol de Sn. Porém deve-se multiplicar por 0,85, ou seja, teríamos teria aproximadamente 3378 mol que, multiplicado por 119 g mol^{-1} , resulta em 401982 g.

Ou seja teríamos 0,4 tonelada de metal.

17) Resposta: (D) ganho de energia do átomo.

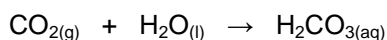
- a) INCORRETO. Absorção de fóton no UV não altera o núcleo do átomo.
- b) INCORRETO. Absorção de fóton no UV não altera o núcleo do átomo.
- c) INCORRETO. Absorção de fóton no UV não altera o núcleo do átomo.
- d) CORRETO.
- e) INCORRETO. Absorção de fóton no UV não muda a natureza das partículas que formam o núcleo do átomo.

18) Resposta: (E) é um sistema tampão.

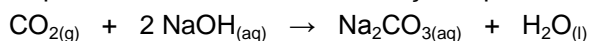
- a) INCORRETO. Se o pH é neutro, tem-se pH 7 na solução com o sabonete.
- b) INCORRETO. Se o pH é neutro, a concentração de H^+ é igual a de OH^- e igual a $10^{-7} \text{ mol L}^{-1}$, idealmente.
- c) INCORRETO. Se o pH da pele é ácido, o pH deve subir com a aplicação do sabonete.
- d) INCORRETO. O sabonete não tem nenhuma função como catalisador.
- e) CORRETO.

19) Resposta: (E) ácido.

Dióxido de carbono é um óxido que em água forma um ácido:



E que frente a uma base, em solução aquosa, reage como se fosse um ácido:



Por essas características, o CO_2 é classificado como óxido ácido.

20) Resposta: (C) potencial de redução do $MnO_{2(s)}$ é +0,79 V.

- a) INCORRETO. Para que o potencial da pilha seja +1,55 V, deve-se ter: $E_{pilha} = E_{red \text{ catodo}} - E_{red \text{ anodo}}$, OU seja, $E_{red \text{ catodo}} = 1,55 - 0,76 = +0,79 \text{ V}$.
- b) INCORRETO. O Zn perde elétrons formando Zn^{2+} , logo ele oxida.
- c) CORRETO. $E_{red \text{ catodo}} = 1,55 - 0,76 = +0,79 \text{ V}$.
- d) INCORRETO. O Zn oxida, logo ele é o anodo.
- d) INCORRETO. O C não participa da reação, pois ele não está na equação de reação redox.

Questão nº 1

a)

A transposição do rio São Francisco é o processo de ampliação das vazões dos principais rios das bacias hidrográficas regionais através de um sistema de canalização do rio São Francisco para tornar os rios regionais perenes. No eixo Norte da transposição, haverá uma ampliação das vazões de importantes rios que percorrem o semiárido nos estados da Paraíba, Rio Grande do Norte e Ceará; já no eixo Leste da transposição, o semiárido dos estados de Pernambuco e da Paraíba serão os mais beneficiados com a perenização dos rios regionais. Essa integração hídrica ampliará a oferta de água à população de 390 municípios do Agreste e do Sertão dos quatro estados setentrionais do Nordeste.

b)

Dentre as VANTAGENS ECONÔMICAS, destacam-se:

1. Maior quantidade de água para a irrigação agrícola (inserção de 24.400 hectares ao longo dos canais no processo produtivo por meio da irrigação);
2. Disponibilização de água para rebanhos diversos, ampliando-se as produções de carnes, leite e derivados;
3. Geração de emprego durante as obras de construção dos canais e toda rede de abastecimento;
4. Geração de diversas atividades produtivas derivadas da circulação de água no semiárido;
5. Permanência de população no semiárido (campo e cidade) estimulando-se os investimentos, o consumo e a produtividade na escala local e regional, com maior arrecadação de impostos.

Dentre as DESVANTAGENS AMBIENTAIS, destacam-se:

1. Deterioração das margens dos corpos d'água envolvidos, afetando o ecossistema da Caatinga;
2. Aumento do assoreamento do rio São Francisco pelo menor volume de águas;
3. Início e/ou aceleração dos processos de desertificação durante a operação do sistema;
4. Perda de terras potencialmente agricultáveis;
5. Perda e fragmentação de centenas de hectares de vegetação nativa e de habitats de fauna terrestre;
6. Diminuição da biodiversidade fluvial e terrestre;
7. Aumento da vulnerabilidade de animais em risco de extinção (o tatu-bola, a onça-pintada, o macaco-prego, tatuí, porco-do-mato e o tatu-de-rabo-mole);
8. Modificação da composição e/ou risco de redução das comunidades biológicas nativas das bacias receptoras;
9. Risco de introdução de espécies de peixes potencialmente daninhos ao homem nas bacias receptoras;
10. Risco de proliferação de vetores da malária, filariose, febre amarela, e da esquistossomose, principalmente ao longo dos canais;
11. Modificação do regime fluvial dos rios e drenagens receptoras;
12. Risco de eutrofização dos novos reservatórios;
13. Salinização das águas com introdução de cunha salina na foz do rio São Francisco;
14. Salinização de solos, principalmente no vale do Baixo e Submédio rio São Francisco.

Questão nº 2

a)

Com a reunificação das Alemanhas Ocidental e Oriental em outubro de 1990, as políticas públicas de ambas repúblicas foram afetadas, diretamente, pela formação de uma nova unidade federativa. Tal recomposição territorial e política gerou mudanças nos dois sistemas sociais vigentes, até então. No caso da Alemanha Ocidental, à época sob os auspícios do Estado de Bem Estar Social, o aumento da carga tributária dos cidadãos com vistas à redistribuição de políticas sociais de maneira mais equânime pelo novo território foi necessário para a incorporação de milhões de 'novos' alemães ao sistema previdenciário do novo país e também para a geração de mais empregos. Como consequência, a já alta carga tributária dos ocidentais foi ampliada, penalizando parcela crescente da classe média do país, os aposentados e toda a sorte de cidadãos atendidos pelas políticas de *Welfare*; no caso da Alemanha Oriental, o modelo estatizante de economia foi eliminado e, com ele, o protecionismo estatal do emprego, que afetou a seguridade social definida por uma rede de serviços públicos gratuitos como os médico-hospitalares e o educacional. Desmantelado o Estado socialista, pensões e aposentadorias sumiram ou foram recalculadas e a dinâmica competitiva adentrou um ambiente social que há muito não seguia a fórmula da economia de mercado. Com a privatização de empresas estatais, inúmeros postos de trabalho desapareceram e o desemprego passou a fazer parte da realidade desse alemão, agora cidadão de outro país. Após 25 anos de reunificação, as

taxas de emprego estão bastante elevadas para uma economia europeia rica, sendo que parte desse ônus se deve ainda aos ajustes iniciados pós-reunificação.

b)

Sim. Como reflexo do aumento expressivo do desemprego, a xenofobia tende a aumentar no país e afetar mais os migrantes (adaptados e não adaptados) em condição de vulnerabilidade (refugiados, exilados políticos...). Estes, que vivem em condições de cidadania de segunda categoria (Acordos de Schengen), poderão enfrentar o ressentimento dos alemães aposentados, mais pobres e menos capacitados profissionalmente, pois são estes que sofrem, mais intensamente, os efeitos das políticas de austeridade impostas pelos Estados europeus frente à crise da União Europeia (UE). Tal crise promove o aumento de impostos, das cargas tributárias e a diminuição dos gastos sociais nos países componentes da UE. Portanto, percebe-se um aumento da xenofobia vinda exatamente dos alemães que mais necessitam de políticas públicas de inclusão, ou seja, os mais pobres, os aposentados e pessoas em vulnerabilidade social.

Questão nº 3

a)

Em 2006, países latino americanos discutiram em Cuba a possibilidade de implantação da ALBA (Alternativa Bolivariana para as Américas), que teria como principal objetivo integrar diversos países da América Latina e do Caribe, a partir do ideal histórico de Simón Bolívar (Bolivarianismo). Tal integração contraporía o desejo norte-americano de implantar a ALCA (Área de Livre Comércio das Américas) no continente, uma área de livre comércio, cujas fronteiras de negócio entre todos os países do continente seriam totalmente abertas. Tal liberdade de circulação se restringiria à esfera econômica e sob a coordenação dos EUA ou de instituições supranacionais que impulsionassem a liberdade de empresariamento nas nações. Já a ALBA, estabelecería um padrão comercial entre os seus associados que fosse equivalente à realidade econômica de cada país, além de combater a pobreza e toda forma de desigualdade e exclusão social. Dentre outros objetivos da ALBA, destaca-se ainda a preferência das trocas multilaterais dos países associados às suas empresas pequenas e médias, estabelecendo-se os princípios da solidariedade. Em suma, os objetivos de ALBA e ALCA são conduzidos para rumos diferentes; de um lado, os interesses norte-americanos em criar uma área de livre comércio baseada na competição multilateral de economias americanas (de todo o continente) sob a lógica do mercado e do livre empresariamento; do outro, um projeto alternativo para a constituição de uma área de comércio multilateral baseada na confluência das pequenas e médias economias, que lutariam contra a hegemonia das economias mais poderosas (EUA, principalmente) e a força do corporativismo empresarial que monopoliza a economia latino americana ainda hoje, revitalizando-se os ideais bolivarianos de protecionismo e ajuda mútua.

b)

Dentre os possíveis aspectos positivos da ALCA, destacam-se:

1. Abertura comercial das frágeis economias latino americanas ao maior mercado consumidor do mundo;
2. Geração de emprego e renda nos diversos países associados à área pela intensificação da circulação de bens, mercadorias e serviços;
3. Dinamismo das redes de transporte e das logísticas de circulação de bens e produtos no continente, eliminando-se gargalos econômicos ou isolacionismos comerciais de países com pouco poder de barganha internacional;
4. Valorização regional de economias nacionais estagnadas e pouco dinâmicas;
5. Fortalecimento da produção e comercialização de produtos diversos de reduzida abrangência de mercado (menor valor agregado), com o estabelecimento de nichos de trocas em sociedades com padrões tecnológicos mais atrasados;
6. Estímulo a políticas de competitividade nas economias nacionais latinas, que impulsionariam o P&D em áreas periféricas e estagnadas da América;
7. Ampliação do consumo de produtos de maior qualidade vindos das economias mais fortes, melhorando-se o padrão de vida material de muitos povos.

Dentre os aspectos negativos da ALCA, destacam-se:

1. Falência generalizada das economias dos países americanos frente ao poder hegemônico da economia dos EUA;
2. Submissão dos países latino americanos ao padrão de consumo e às regulações econômicas dos EUA;
3. Ampliação do desemprego e da pobreza gerados pela intervenção econômica norte americana;
4. Intervenção dos bancos, agências e instituições norte americanas nos países emergentes do continente;

5. Endividamento dos países latino americanos com bancos, governos e instituições financeiras norte americanas;
6. Perda da soberania financeira com o domínio da moeda norte americana sobre as moedas nacionais;
7. Recuo no comércio multilateral dos países latino americanos com os países europeus e asiáticos, por conta da preferência do comércio com os parceiros americanos.

Dentre os possíveis aspectos positivos da ALBA, destacam-se:

1. Fortalecimento da economia regional latino americana, a partir de alianças comerciais entre países com o mesmo padrão de desenvolvimento socioeconômico;
2. Combate à pobreza, à exclusão e à desigualdade socioeconômica através da ação coletiva dos países associados;
3. Reforçar a pressão geopolítica da América Latina junto às economias hegemônicas do planeta, a partir da articulação política, das estratégias econômicas comuns e de preservação cultural dos países latinos;
4. Definir uma logística regional forte, baseada em sistemas de transporte, energéticos, tecnológicos... que reforcem a autonomia da sociedade latino americana frente à China, Europa Unida e EUA.

Dentre os aspectos negativos da ALBA, destacam-se:

1. Isolamento internacional pela falta de abertura dos países associados para o comércio multilateral além ALBA;
2. Estagnação tecnológica devido à limitação imposta pelas tradicionais corporações mundiais ao acesso a patentes marcas internacionais;
3. Atraso institucional devido à redução das relações multilaterais entre os países membros e outros parceiros comerciais em todo mundo;
4. Influência de lideranças autoritárias, com desejos expansionistas e posturas belicistas, ampliando as tensões regionais com países ou grupos de países identificados como hegemônicos ou interventores;
5. Provincianismo ideológico frente à incapacidade de convivência e parcerias com outros valores e grupos sociais, em uma era de conexão global de economias.

Questão nº 1

a)

Os candidatos podem citar os atos de navegação, utilizados especialmente pela Inglaterra, e que se vinculam a uma prática geral dos estados europeus que é o protecionismo alfandegário; o metalismo, desenvolvido pelos Estados Ibéricos; a balança comércio favorável, comum a todos os estados da época; o pacto colonial ou exclusivo colonial; a teoria quantitativista da moeda, também comum aos estados europeus como mecanismo de equilíbrio da balança comercial.

b)

Os candidatos devem responder que as companhias de comércio caracterizam as práticas mercantis a partir do século XVII, principalmente, na Inglaterra, Holanda e França e mostravam a associação dos estados com os setores burgueses ligados ao comércio e às finanças. As companhias de comércio eram organizadas pelos estados através de associação com interesses particulares, muitas vezes, na forma de comanditas, ou sociedades por ações. Seu principal papel era o de reforçar os interesses de seus estados e acionistas estabelecendo o controle sobre vastas áreas coloniais, melhorando a capacidade de obtenção de lucro e tornando mais eficaz o comércio com as metrópoles. No caso dos países ibéricos, as companhias possuíam uma forte presença do estado e eram a base de desenvolvimento do pacto colonial e do exclusivo colonial.

Questão nº 2

a)

Tendo como base o trecho do livro *Lembranças de 1848* de Alexis de Tocqueville, os candidatos devem identificar o processo de radicalização da luta entre burgueses e proletários que ocorreu entre fevereiro e junho de 1848 na França. A insurreição de fevereiro de 1848, que provocou a abdicação de Luiz Felipe de Orleans e derivou na proclamação da Segunda República, foi protagonizada por setores pequeno-burgueses, operários e estudantes. O governo provisional teve representantes socialistas como Louis Blanc, que promoveu medidas como a limitação da jornada de trabalho a 10 horas. No entanto, no mês de junho, a revolução radicalizou-se e a pequena-burguesia, até então do lado da classe operária, juntou-se com a alta burguesia. A luta contra o absolutismo se transformou, então, no que Tocqueville chama no texto de “combate de classe” entre burgueses e operários.

b)

Os candidatos devem explicar a diferença entre a revolução de 1789, na qual o foco era a luta contra o Antigo Regime, e as insurreições de junho de 1848. Nestas últimas, as demandas das classes trabalhadoras, as ideias socialistas e o questionamento ao direito à propriedade ocuparam o centro da cena. Por isso, além da proclamação da República, o sufrágio universal, a abolição da escravidão das colônias francesas e a liberdade de imprensa, os direitos trabalhistas constituíram demandas fundamentais para as massas operárias que participaram da Revolução de 1848. Entre as conquistas decorrentes dessas demandas, os candidatos podem mencionar a liberdade de associação e de greve, a limitação da jornada de trabalho e a criação – por iniciativa dos socialistas – das chamadas Oficinas Nacionais; fábricas dirigidas por operários e sustentadas com capital estatal, que tinham como objetivo diminuir o desemprego.

Questão nº 3

a)

O movimento cultural é a Tropicália ou Tropicalismo. A Tropicália foi um movimento cultural formado por artistas e intelectuais. O candidato (a) poderá abordar os seguintes aspectos do movimento: a Tropicália tinha a intenção de contestar de forma irreverente os valores morais e comportamentais da época. O modernismo da década de 1920 (Oswald de Andrade com o conceito de antropofagia) e o Cinema Novo de Glauber Rocha estão entre as suas principais influências. No campo da produção musical, os tropicalistas misturavam canções tradicionais da música popular brasileira, resgatando antigos (as) cantores (as) de rádio de sucesso nas décadas anteriores (Carmem Miranda, por exemplo), com inovações trazidas pelo *rock and roll* e incorporando ícones da cultura pop. No campo político, as letras da Tropicália faziam referências aos símbolos da identidade nacional brasileira de forma crítica. As suas canções buscavam revelar as contradições da realidade brasileira, contrapondo o arcaico e o moderno, o nacional e o estrangeiro, o urbano e o rural, o progresso e o atraso.

b)

Como contexto nacional, o candidato poderá citar: Ditadura Militar no Brasil; repressão e censura imposta pelo regime autoritário; movimento estudantil (Passeata dos Cem Mil); Ato Institucional n. 5 de 1968, luta armada, guerrilhas.

Como contexto internacional, o candidato poderá citar: movimento estudantil (Maio de 1968 na França); Guerra Fria, corrida espacial (chegada do homem à lua); movimento hippie norte-americano; Guerra do Vietnã; movimento de contracultura na Europa e nos Estados Unidos.

Questão nº 1

a)

$$x \leq \sqrt{5} - 2$$

b)

Para que a raiz esteja definida em $x \in \mathbb{R}$, devemos ter $2+x \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -2$.

Supondo isso, a equação é equivalente a:

$$2+x \leq 5 \Leftrightarrow x \leq 3.$$

Assim, a solução é: $-2 \leq x \leq 3$ ou $x \in [-2,3]$.

c)

Como no item anterior, devemos ter $x \geq -2$ o que implica que $2 + \sqrt{2+x} \geq 0$.

Supondo isso, temos:

$$2 + \sqrt{2+x} \leq 5 \Leftrightarrow \sqrt{2+x} \leq 3 \Leftrightarrow 2+x \leq 9 \Leftrightarrow x \leq 7.$$

Assim, a solução é: $-2 \leq x \leq 7$ ou $x \in [-2,7]$.

d)

Como nos itens anteriores devemos ter:

$$x \geq -2 \text{ o que implica que } 2 + \sqrt{2+x} \geq 0 \text{ e } 2 + \sqrt{2 + \sqrt{2+x}} \geq 0.$$

Supondo isso, a equação é equivalente a:

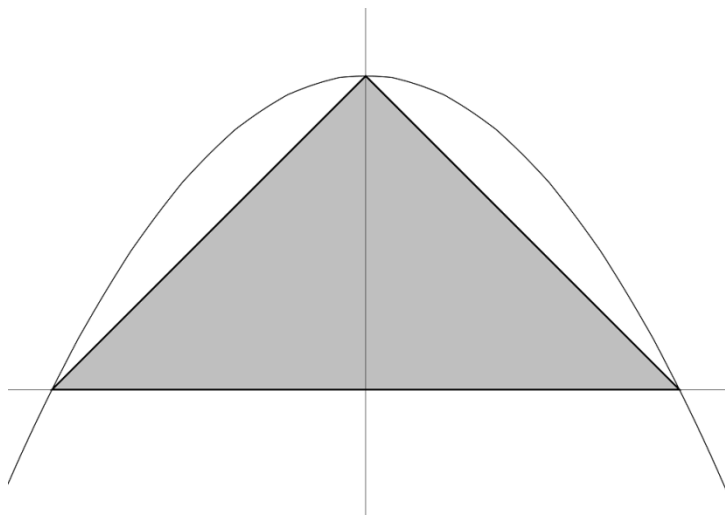
$$\begin{aligned} 2 + \sqrt{2 + \sqrt{2+x}} \leq 5 &\Leftrightarrow \sqrt{2 + \sqrt{2+x}} \leq 3 \Leftrightarrow 2 + \sqrt{2+x} \leq 9 \Leftrightarrow \\ &\sqrt{2+x} \leq 7 \Leftrightarrow 2+x \leq 49 \Leftrightarrow x \leq 47. \end{aligned}$$

Assim, a solução é: $-2 \leq x \leq 47$ ou $x \in [-2,47]$.

Questão nº 2

a)

O triângulo tem vértices $(-1,0)$, $(0, 1)$ e $(1,0)$. Tem portanto base 2 e altura 1.



Logo : $A = \frac{1 \times 2}{2} = 1.$

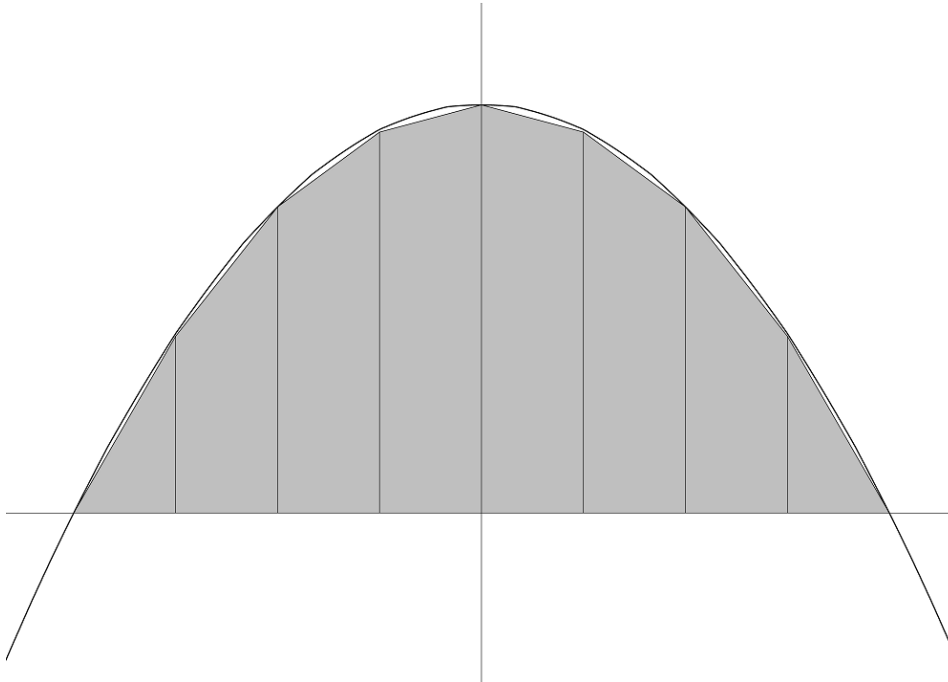
b)

O triângulo tem vértices (0, 1) e (1/2, 3/4) e (1,0). Fazendo um cisalhamento, o triângulo tem a mesma área do de vértices (0, 0), (1/2, 1/4), (1, 0), que tem base 1 e altura 1/4. Assim, a área é igual a 1/8.

c)

Fatiamos o polígono pelas retas verticais:

$x = -\frac{3}{4}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, 0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}$, conforme a figura:



Assim, decompomos o polígono em dois triângulos e seis trapézios.

Todos têm altura igual a $\frac{1}{4}$ e bases;

$$h(-\frac{3}{4}) = \frac{7}{16}, h(-\frac{1}{2}) = \frac{12}{16}, h(-\frac{1}{4}) = \frac{15}{16}, h(0) = \frac{16}{16}, h(\frac{1}{4}) = \frac{15}{16}, h(\frac{1}{2}) = \frac{12}{16}, h(\frac{3}{4}) = \frac{7}{16}.$$

A área pedida é, portanto;

$$A = \frac{1}{4} \left(\frac{7}{16} + \frac{12}{16} + \frac{15}{16} + \frac{16}{16} + \frac{15}{16} + \frac{12}{16} + \frac{7}{16} \right) = \frac{21}{16}.$$

Questão nº 3

a)

A última linha tem $2N - 1$ triângulos de lado 1.

Assim, o número de triângulos de lado 1 é a soma da PA:

$$1 + 3 + \dots + (2N-1) = N^2.$$

Também podemos observar que, por semelhança, a área do triângulo de lado N é N^2 vezes maior que a área de um triângulo de lado 1, logo o número de triângulos de lado 1 dentro de um triângulo de lado N é igual a N^2 .

b)

Temos $1+5+9+13+17 = 45$ triângulos brancos e $3+7+11+15 = 36$ triângulos cinzas.

c)

Temos $1+5+9+13+17 = 45$ triângulos brancos e $3+7+11+15+19 = 55$ triângulos cinzas.

Assim:

a probabilidade de escolhermos dois brancos é:

$$P(B) = \frac{45 \times 44}{100 \times 99};$$

a probabilidade de escolhermos dois cinzas é:

$$P(C) = \frac{55 \times 54}{100 \times 99}.$$

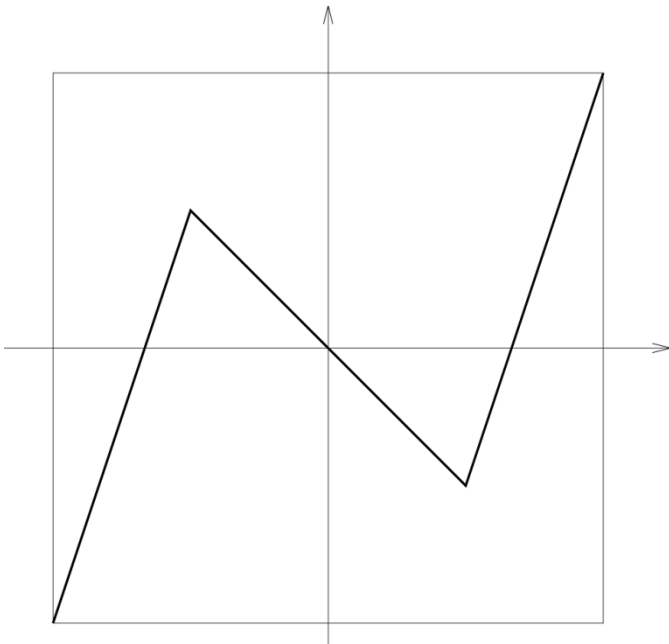
Logo a probabilidade desejada é:

$$P = P(B) + P(C) = \frac{45 \times 44}{100 \times 99} + \frac{55 \times 54}{100 \times 99} = \frac{1}{2}.$$

Questão nº 4

a)

Acompanhando a definição, temos o gráfico abaixo:



b)

Como $\frac{1}{3} \in \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$, temos $f_2\left(\frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{2}f_1\left(\frac{2}{3}\right)$. Como $\frac{2}{3} \in \left[\frac{1}{2}, 1\right]$, temos:

$$f_1\left(\frac{2}{3}\right) = 3 \cdot \frac{2}{3} - 2 = 0.$$

Logo: $f_2\left(\frac{1}{3}\right) = 0.$

c)

A figura mostra o gráfico de $f_2(x)$ junto com a diagonal $y = x$.

Contas similares à do item (b) obtém

$$f_2(-1) = -1, \quad f_2\left(-\frac{7}{8}\right) = \frac{1}{8}, \quad f_2\left(-\frac{5}{8}\right) = -\frac{5}{8},$$

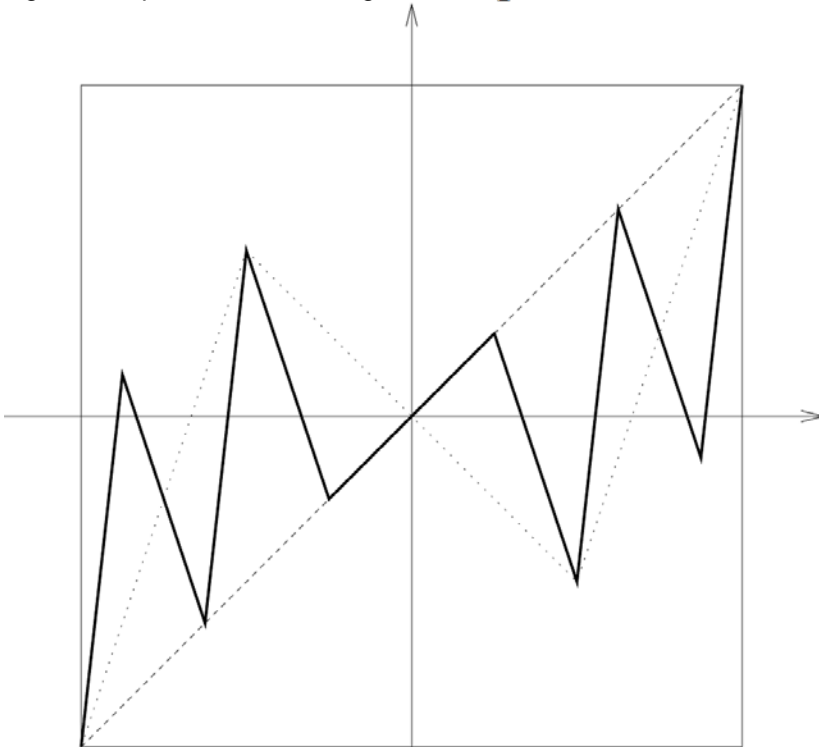
$$f_2\left(-\frac{1}{2}\right) = +\frac{1}{2}, \quad f_2\left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{4},$$

$$f_2\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4}, \quad f_2\left(+\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2},$$

$$f_2\left(\frac{5}{8}\right) = \frac{5}{8}, \quad f_2\left(\frac{7}{8}\right) = -\frac{1}{8}, \quad f_2(1) = 1$$

Além disso, a restrição de f a cada um dos intervalos entre dois números consecutivos desta lista é afim.

Ligando os pontos obtemos o gráfico de f_2 :



Assim, as soluções de $f_2(x) = x$ são:

$$x = \pm 1, x = \pm \frac{5}{8} \text{ e } x \in \left[-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right].$$