



# PUC - RIO

## VESTIBULAR 2011

GRUPO 3  
2º DIA  
TARDE

Outubro / 2010

### PROVAS OBJETIVAS DE FÍSICA E QUÍMICA PROVAS DISCURSIVAS DE GEOGRAFIA, HISTÓRIA E MATEMÁTICA

#### LEIA ATENTAMENTE AS INSTRUÇÕES ABAIXO.

- 01 - Você recebeu do fiscal o seguinte material:
- a) este Caderno, com o enunciado das 10 questões objetivas de **FÍSICA**, das 10 questões objetivas de **QUÍMICA** e das 3 questões discursivas de **GEOGRAFIA**, 3 questões discursivas de **HISTÓRIA** e 4 questões discursivas de **MATEMÁTICA**, sem repetição ou falha;
  - b) 1 Caderno de Respostas, contendo espaço para desenvolvimento das respostas às questões discursivas de **GEOGRAFIA, HISTÓRIA E MATEMÁTICA**, além de um **CARTÃO-RESPOSTA**, com seu nome e número de inscrição, destinado às respostas das questões objetivas formuladas nas provas de **FÍSICA E QUÍMICA**.
- 02 - Verifique se este material está em ordem, se o seu nome e número de inscrição conferem com os que aparecem nos **CARTÕES**. Caso contrário, notifique **IMEDIATAMENTE** ao fiscal.
- 03 - Após a conferência, o candidato deverá assinar no espaço próprio de cada **CARTÃO**, preferivelmente a caneta esferográfica de tinta na cor preta.
- 04 - No **CARTÃO-RESPOSTA**, a marcação das letras correspondentes às respostas certas deve ser feita preenchendo todo o espaço do círculo, a **lápiz preto nº 2 ou caneta esferográfica de tinta na cor preta**, com um traço contínuo e denso. A LEITORA ÓTICA utilizada na leitura do **CARTÃO-RESPOSTA** é sensível a marcas escuras, portanto, preencha os campos de marcação completamente, sem deixar claros.
- Exemplo: (A)      ●      (C)      (D)      (E)
- 05 - Tenha muito cuidado com os **CARTÕES**, para não os **DOBRAR, AMASSAR ou MANCHAR**. Os mesmos **SOMENTE** poderão ser substituídos caso estejam danificados em suas margens superiores e/ou inferiores – **BARRA DE RECONHECIMENTO PARA LEITURA ÓTICA**.
- 06 - Para cada uma das questões objetivas são apresentadas 5 alternativas classificadas com as letras (A), (B), (C), (D) e (E); só uma responde adequadamente ao quesito proposto. Você só deve assinalar **UMA RESPOSTA**: a marcação em mais de uma alternativa anula a questão, **MESMO QUE UMA DAS RESPOSTAS ESTEJA CORRETA**.
- 07 - As questões são identificadas pelo número que se situa acima de seu enunciado.
- 08 - **SERÁ ELIMINADO** do Concurso Vestibular o candidato que:
- a) se utilizar, durante a realização das provas, de máquinas e/ou relógios de calcular, bem como de rádios gravadores, *headphones*, telefones celulares ou fontes de consulta de qualquer espécie;
  - b) se ausentar da sala em que se realizam as provas levando consigo este Caderno de Questões e/ou o Caderno de Respostas (com o **CARTÃO-RESPOSTA**);
  - c) não assinar a Lista de Presença e/ou os **CARTÕES**.
- 09 - Reserve os 30 (trinta) minutos finais para marcar seu **CARTÃO-RESPOSTA**. Os **rascunhos** nos Cadernos de Questões e de Respostas **NÃO SERÃO LEVADOS EM CONTA**.
- 10 - Quando terminar, entregue ao fiscal este **CADERNO DE QUESTÕES, O CADERNO DE RESPOSTAS (com o CARTÃO-RESPOSTA)** e **ASSINE** a LISTA DE PRESENÇA.
- 11 - **O TEMPO DISPONÍVEL PARA ESTAS PROVAS DE QUESTÕES OBJETIVAS E DISCURSIVAS É DE 4 (QUATRO) HORAS.**

**NOTA:** Em conformidade com a legislação em vigor, que determina a obrigatoriedade do uso das novas regras de ortografia apenas a partir de 31 de dezembro de 2012, o candidato poderá optar por utilizar uma das duas normas atualmente vigentes.

**BOAS PROVAS!**



FÍSICA

1

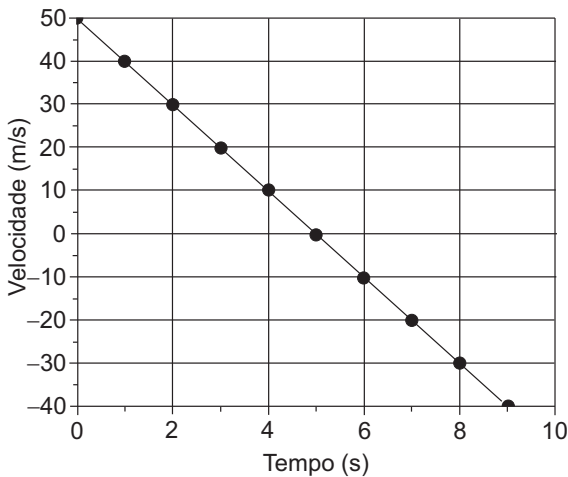
Dois blocos se movendo sobre a mesma linha reta e em sentidos opostos se chocam e ficam grudadas entre si após a colisão. Antes da colisão, as massas e velocidades respectivas são  $m_1 = 4,0$  kg;  $m_2 = 2,0$  kg;  $v_1 = 5,0$  m/s;  $v_2 = -10,0$  m/s.

A velocidade final em m/s do sistema das massas grudadas é:

- (A) 5,0.
- (B) 0,0.
- (C) 15,0.
- (D) -10,0.
- (E) - 7,5.

2

Um objeto é lançado verticalmente para cima a partir do solo. Sua velocidade é descrita no gráfico abaixo.



A altura máxima atingida pelo objeto em metros é:

- (A) 115.
- (B) 120.
- (C) 125.
- (D) 130.
- (E) 135.

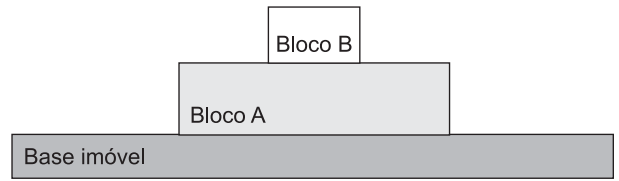
3

Um objeto é arremessado do solo, verticalmente para cima, com uma velocidade  $v_1 = 10,0$  m/s. Após um intervalo de tempo  $\Delta t = 1,00$  s, um segundo objeto é também arremessado do mesmo ponto que o primeiro, verticalmente para cima e com a mesma velocidade  $v_2 = 10,0$  m/s.

Indique a altura em metros (m) do ponto onde ocorrerá a colisão entre os objetos. Considere  $g = 10,0$  m/s<sup>2</sup>.

- (A) 1,00.
- (B) 4,00.
- (C) 3,75.
- (D) 0,00.
- (E) 10,0.

4



Dois blocos de um mesmo material são colocados sobre uma base imóvel como mostra a figura. O bloco A, de massa  $M_A = 10,0$  kg, está preso à base por uma cola, enquanto o bloco B, de massa  $M_B = 5,0$  kg, está livre sobre o bloco A. Sabendo que o coeficiente de atrito cinético entre os blocos é  $\mu_C = 0,1$  e considerando  $g = 10,0$  m/s<sup>2</sup>, o valor do trabalho (em Joules) realizado pela força de atrito quando o bloco B se move sobre o bloco A por uma distância de 1m é:

- (A) - 0,5.
- (B) - 1,0.
- (C) - 5,0.
- (D) - 10,0.
- (E) - 50,0.

5

Uma quantidade de gás diatômico ( $\gamma = 1,4 = 7/5$ ) sofre uma expansão adiabática, onde vale  $PV^\gamma = \text{constante}$ . Se  $V_f / V_i = 4\sqrt{2}$ , qual a razão entre as temperaturas final e inicial  $T_f / T_i$ ?

- (A) 0,1.
- (B) 0,2.
- (C) 0,3.
- (D) 0,4.
- (E) 0,5.

6

Um bloco de metal tem uma massa  $M = 1,0$  kg e calor específico  $c = 0,2$  cal/g °C, e uma quantidade de água,  $c_A = 1,0$  cal/ g °C, de massa  $m = 200$  g, a uma temperatura  $T_A = 20$  °C, é colocada em um calorímetro junto com o bloco que está a uma temperatura  $T_B$ .

Qual deve ser a temperatura  $T_B$  mínima em graus Celsius do bloco de modo que, ao chegar ao equilíbrio, alguma quantidade de água possa ter evaporado?

- (A) 20.
- (B) 180.
- (C) 200.
- (D) 18.
- (E) 360.

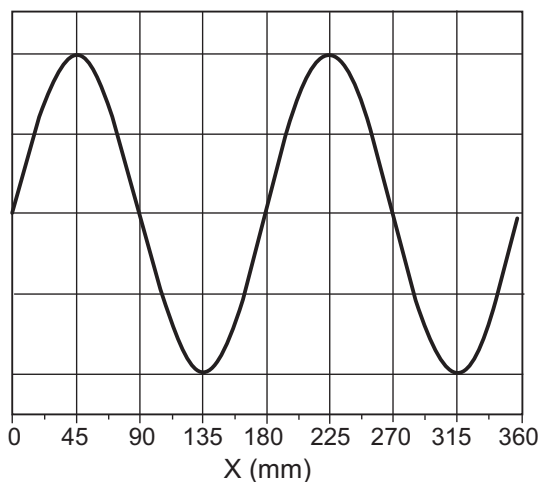
7

Uma carga  $Q_1 = 1,0 \times 10^{-6} \text{ C}$  está fixa no ponto  $x = 0$ . No instante  $t = 0 \text{ s}$ , em  $x = 1,0 \text{ m}$  se encontra uma carga  $Q_2 = 2 Q_1$ , em repouso, porém livre para se mover. Considere que o eixo  $x$  é a linha que une as duas cargas.

Dado que a constante  $k_e = 9,0 \times 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2$ , indique a força em Newtons na direção  $x$  que a carga  $Q_2$  faz sobre a carga  $Q_1$ .

- (A)  $18,0 \times 10^{-3}$ .
- (B)  $4,5 \times 10^{-3}$ .
- (C)  $9,0 \times 10^{-3}$ .
- (D)  $-18,0 \times 10^{-3}$ .
- (E)  $-9,0 \times 10^{-3}$ .

8



Uma onda eletromagnética se propaga no vácuo como mostra a figura acima. Sabendo que  $c = 3,0 \times 10^8 \text{ m/s}$ , indique a frequência desta onda eletromagnética em  $10^9$  Hertz (GHz).

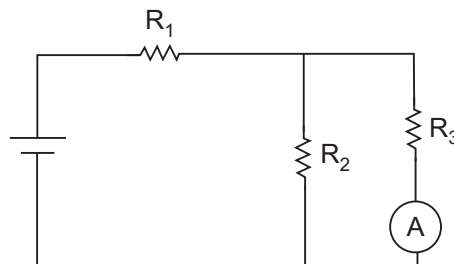
- (A) 1,7.
- (B) 2,4.
- (C) 3,4.
- (D) 4,7.
- (E) 5,4.

9

Em um espelho côncavo esférico de raio  $R$ , a imagem formada será:

- (A) real e invertida.
- (B) real e direta.
- (C) virtual e invertida.
- (D) virtual e direta.
- (E) nenhuma das respostas anteriores.

10



No circuito apresentado na figura, onde o amperímetro  $A$  mede uma corrente  $I = 1,0 \text{ A}$ ,  $R_1 = 4,0 \Omega$ ,  $R_2 = 0,5 \Omega$  e  $R_3 = 1,0 \Omega$ , a diferença de potencial aplicada pela bateria em Volts é:

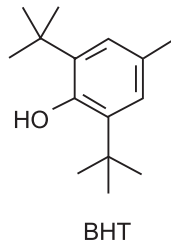
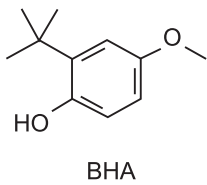
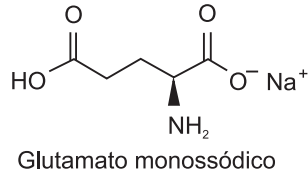
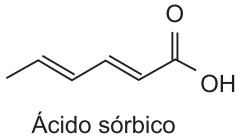
- (A) 9.
- (B) 10.
- (C) 11.
- (D) 12.
- (E) 13.

RASCUNHO

QUÍMICA

11

Aditivos alimentares são substâncias capazes de conservar, realçar o sabor ou melhorar a aparência dos alimentos. Na figura abaixo estão representados alguns aditivos.



Sobre essas estruturas, assinale a alternativa **correta**.

- (A) BHT é menos solúvel em água do que o glutamato monossódico.
- (B) BHA e BHT são isômeros funcionais.
- (C) Entre as funções orgânicas presentes nas representações acima, identifica-se a presença de ácido carboxílico, amina, fenol e éster.
- (D) O ácido sórbico é mais polar que o glutamato monossódico.
- (E) Ácido sórbico e glutamato monossódico têm a mesma quantidade de átomos de hidrogênio, e ambos possuem isômeros ópticos.

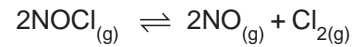
12

Etano, eteno, etino e propino são hidrocarbonetos obtidos através do refino ou craqueamento do petróleo. Os hidrocarbonetos servem como ponto de partida para a obtenção de muitos produtos, como, por exemplo, os plásticos. Em relação aos hidrocarbonetos citados, assinale a alternativa **correta**.

- (A) O tipo de hibridação existente no eteno é  $sp^3$  e no etino é  $sp$ .
- (B) Na molécula do etino, existe uma dupla ligação.
- (C) Na reação de hidratação do eteno, o produto formado é um álcool.
- (D) As ligações sigma existentes no eteno são mais fáceis de serem quebradas do que a ligação pi, pois estão presentes em maior quantidade.
- (E) O propino possui menor peso molecular quando comparado com etano e eteno.

13

Sobre o sistema gasoso no equilíbrio indicado abaixo, assinale a alternativa **correta**.



- (A) A expressão da constante de equilíbrio para a reação é  $K = [\text{NO}] \times [\text{Cl}_2] / [\text{NOCl}]$ .
- (B) O aumento da pressão do sistema pela diminuição do volume do reator implicaria no deslocamento da reação na direção dos produtos de modo a se atingir nova situação de equilíbrio.
- (C) Se a reação na direção da formação dos produtos é exotérmica, a combinação de NO e  $\text{Cl}_2$  para formar NOCl ocorreria mais efetivamente se a reação absorvesse calor da vizinhança.
- (D) Numa situação de equilíbrio químico, a reação acabou, pois não há mais formação de produtos e de substâncias reagentes.
- (E) A retirada do produto  $\text{Cl}_2$  do sistema acarretaria a formação de mais moléculas de NOCl.

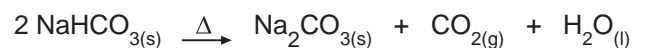
14

Em relação às substâncias inorgânicas, é **incorreto** afirmar que:

- (A) NaOH é uma base de Arrhenius porque em meio aquoso ocorre a liberação de íons  $\text{OH}^-$ , e  $\text{NH}_3$  é uma base de Lewis porque possui um par de elétrons não ligantes, disponível para interação.
- (B) Na reação de  $\text{HNO}_{3(aq)}$  com  $\text{NaOH}_{(aq)}$ , os números de oxidação do hidrogênio e do oxigênio não se alteram.
- (C) Na substância simples cloro ( $\text{Cl}_2$ ) encontra-se ligação covalente.
- (D) Os óxidos  $\text{NO}_2$  e  $\text{SO}_3$  presentes na atmosfera favorecem a elevação do pH da água da chuva.
- (E) O cloreto de sódio (NaCl) é um exemplo de substância iônica.

15

O processo industrial de obtenção da soda barrilha, conhecido como "Processo Solvay", tem, em sua última etapa, a conversão, por aquecimento, de bicarbonato de sódio em carbonato de sódio:



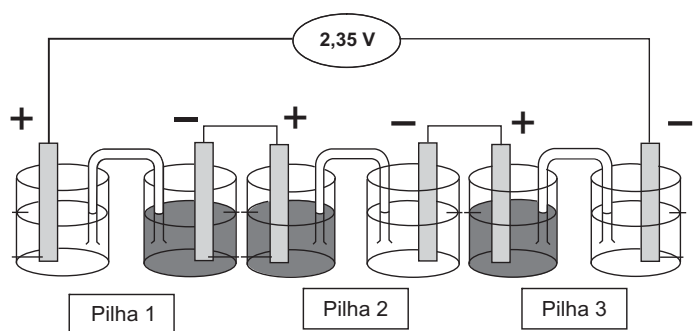
Admitindo que, nessa etapa, 420 kg de bicarbonato de sódio originaram 212 kg de carbonato de sódio, é **correto** afirmar que o valor mais próximo do rendimento percentual dessa reação é:

- (A) 50%
- (B) 60%
- (C) 70%
- (D) 80%
- (E) 90%

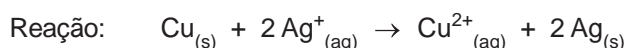
Para responder a Questão 16 e a Questão 17, utilize o enunciado abaixo:

Aparelhos, como rádios portáteis, alimentados com pilha só funcionam porque as pilhas são geradoras de eletricidade, e o uso de mais de uma pilha, em série, resulta na soma de suas voltagens.

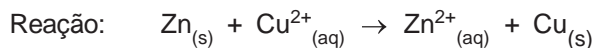
Considere as três pilhas abaixo, ligadas em série:



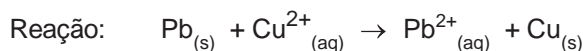
Pilha 1: meia pilha de  $\text{Ag}/\text{Ag}^+$  unida a meia pilha de  $\text{Cu}/\text{Cu}^{2+}$ .



Pilha 2: meia pilha de  $\text{Cu}/\text{Cu}^{2+}$  unida a meia pilha de  $\text{Zn}/\text{Zn}^{2+}$ .



Pilha 3: meia pilha de  $\text{Cu}/\text{Cu}^{2+}$  unida a meia pilha de  $\text{Pb}/\text{Pb}^{2+}$ .



### 16

Considerando os fenômenos de oxidação e de redução descritos nas equações iônicas das 3 pilhas e, ainda, que essas reações ocorrem com transferência de elétrons e de maneira espontânea, assinale a opção **incorreta**.

- (A) Os elétrons circulam pelos fios ligados ao voltímetro.
- (B) Íons circulam pela ponte salina (tubo de vidro contendo solução saturada de um sal como o  $\text{KNO}_3$ ) que liga as meia-pilhas de cada sistema.
- (C) Cobre é catodo nas pilhas 2 e 3.
- (D) O potencial de redução do cobre é maior do que o potencial de redução do chumbo e da prata.
- (E) Cobre é anodo na pilha 1.

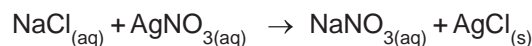
### 17

Quem fez o experimento mostrado na figura, mediu a diferença de potencial das três pilhas ligadas em série e o valor acusado no voltímetro foi 2,35 V. Antes, foram medidas as diferenças de potenciais da pilha 1 e da pilha 2, tendo-se encontrado os valores 0,54 V e 1,16 V, respectivamente. Esqueceu-se de medir a diferença de potencial gerado na pilha 3. Com esses dados, é **correto** afirmar que, nesse experimento, o valor que mais se aproxima da diferença de potencial da pilha 3 é:

- (A) 0,64 V
- (B) 0,98 V
- (C) 1,43 V
- (D) 1,70 V
- (E) 1,82 V

O enunciado a seguir deve ser usado para responder a Questão 18 e a Questão 19.

Duas soluções aquosas, uma de nitrato de prata e outra de cloreto de sódio, são misturadas formando um produto sólido (cloreto de prata) de acordo com a reação indicada abaixo. No processo, misturou-se 100 mL de solução 0,50 mol  $\text{L}^{-1}$  de  $\text{AgNO}_3$  e 200 mL de solução 0,10 mol  $\text{L}^{-1}$  de  $\text{NaCl}$ .



### 18

Indique a alternativa que mais se aproxima da quantidade máxima de  $\text{AgCl}$  formada na reação.

- (A) 0,9 g
- (B) 1,2 g
- (C) 1,9 g
- (D) 2,9 g
- (E) 3,2 g

### 19

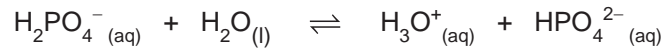
Levando em conta o comportamento de espécies químicas que atuam como íons espectadores na reação ( $\text{Na}^+$  e  $\text{NO}_3^-$ ), indique a opção que mais se aproxima da concentração do íon  $\text{Na}^+$  na solução resultante da mistura reacional.

- (A) 0,010 mol  $\text{L}^{-1}$
- (B) 0,025 mol  $\text{L}^{-1}$
- (C) 0,052 mol  $\text{L}^{-1}$
- (D) 0,059 mol  $\text{L}^{-1}$
- (E) 0,067 mol  $\text{L}^{-1}$

**20**

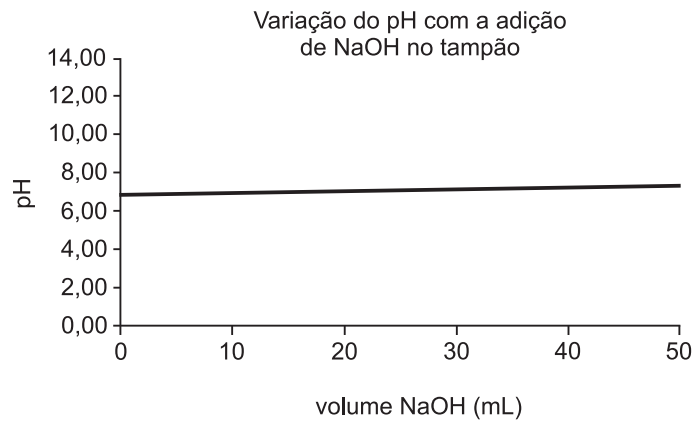
Considere o conceito ácido-base de Bronsted e Lowry e o Princípio de Le Chatelier para interpretar como atuam as soluções reguladoras de pH, vulgarmente conhecidas como soluções tampão.

Considere, ainda, que uma solução tampão foi preparada com a mistura de soluções aquosas de  $\text{NaH}_2\text{PO}_4$  e de  $\text{Na}_2\text{HPO}_4$  ambas contendo a mesma quantidade de soluto, em mol. Estabeleceu-se, então, o seguinte equilíbrio:

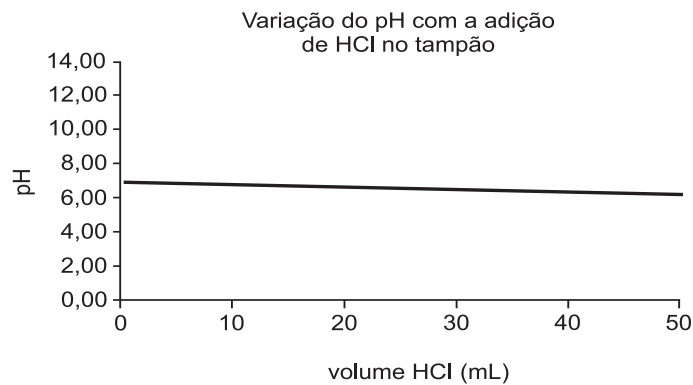


A seguir, a essa solução tampão adicionaram-se diversos volumes de soluções aquosas de NaOH e de HCl:

mL NaOH	pH
0	6,76
1	6,77
10	6,84
20	6,93
30	7,01
40	7,11
50	7,21



mL HCl	pH
0	6,76
1	6,74
10	6,65
20	6,54
30	6,44
40	6,33
50	6,21



Assinale a alternativa **correta**:

- (A) Na reação em equilíbrio, o  $\text{H}_3\text{O}^+$  e  $\text{HPO}_4^{2-}$  são os ácidos do sistema em equilíbrio.
- (B) Com a adição de NaOH, a espécie  $\text{OH}^-$  reage com o  $\text{HPO}_4^{2-}$ , e o equilíbrio é deslocado para a esquerda.
- (C) Na adição de HCl, há consumo de  $\text{HPO}_4^{2-}$  e deslocamento do equilíbrio para o lado oposto.
- (D) A adição de HCl promove o consumo de  $\text{H}_2\text{PO}_4^-$  com o equilíbrio deslocado para a direita.
- (E) Nas soluções tampão, o pH não muda quer se adicione um ácido forte ou uma base forte.

**PROVA DISCURSIVA**

**GEOGRAFIA**

**Questão nº 1 (valor: 3,0 pontos)**

**Bandeira do Estado do Rio de Janeiro**



**Fonte:** Site da ALERJ, 2010.

O estado do Rio de Janeiro atual é o resultado de uma engenharia geopolítica que marcou a vida político-administrativa do Brasil nos últimos 50 anos e, mais especificamente, a dos habitantes do Rio de Janeiro.

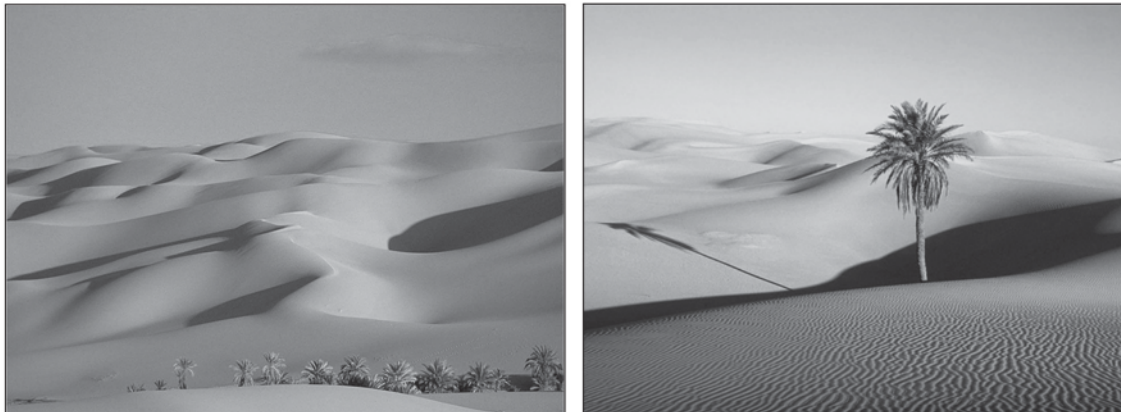
A partir da afirmação acima,

- a) identifique DUAS novas configurações político-territoriais no espaço brasileiro relacionadas com a transferência da capital do Brasil para Brasília em 1960.
  
- b) descreva sucintamente a transformação político-territorial ocorrida no Sudeste brasileiro com a fusão dos estados da Guanabara e Rio de Janeiro, em 1975.



**Questão nº 2 (valor: 3,0 pontos)**

**DESERTOS: Domínios que cobrem 2/9 da superfície continental da Terra**



**Fonte:** google.imagens.com.br

Compreende-se hoje que os desertos são domínios morfoclimáticos fundamentais para o equilíbrio ecológico do planeta.

- a) Explique a tendência às altas amplitudes térmicas diárias nesses ambientes.
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
- b) Justifique como a baixa pluviosidade média nos desertos impede que os seus solos sejam bem desenvolvidos para a agricultura.

Questão nº 3 (valor: 4,0 pontos)

**CONTRA O VÉU ISLÂMICO — FRANÇA PROÍBE USO DA BURCA (14/10/2009)**



**CIGANOS EXPULSOS DA FRANÇA SERÃO 950 DENTRO DE UMA SEMANA (25/08/2010)**



**Fontes:** Google.imagens.com.br e Vera Monteiro/Agências

A partir das imagens das reportagens selecionadas, responda o que se pede:

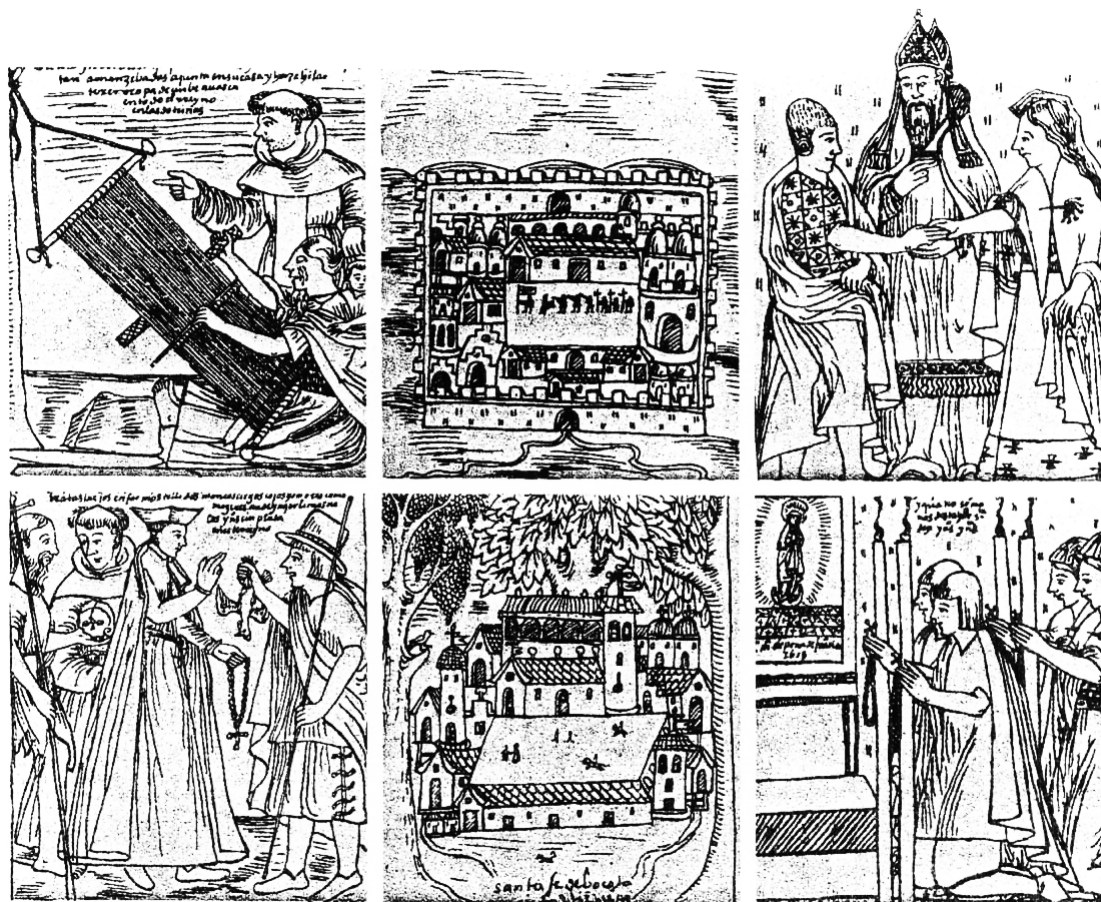
- a) Explique o que é XENOFOBIA e como ela afeta a pluralidade cultural no espaço europeu.
  
- b) Indique UMA CAUSA CULTURAL da proibição do uso do véu islâmico e UMA CAUSA ECONÔMICA da expulsão dos ciganos pelo atual governo francês.

PROVA DISCURSIVA

HISTÓRIA

Questão nº 1 (valor: 3,0 pontos)

Observe as ilustrações da “Nueva Cronica y buen gobierno” (1615) de Felipe Guamán Poma de Ayala, um mestiço hispano-inca que denunciou a destruição das tradições indígenas pelos colonizadores espanhóis, no século XVII.



<http://www.kb.dk/permalink/2006/poma/info/es/frontpage.htm>

- a) Identifique, nas imagens, DUAS atividades desenvolvidas pelo clero espanhol em relação à população indígena.
- b) Relacione a ação da Igreja com o processo de colonização regido pela Coroa Espanhola na América, na Idade Moderna.

**Questão nº 2 (valor: 3,0 pontos)**

Quando o revolucionário francês Marquês de Lafayette voltou para os Estados Unidos em 1824, ficou maravilhado pela maneira como aquele país mudara em 40 anos desde o tempo em que servira sob o comando de George Washington, nas guerras de Independência. Em seu discurso de chegada declarou estar comovido por toda a “grandeza e prosperidade destes felizes Estados Unidos que, ao mesmo tempo que nobremente parecem representar a completa afirmação da independência americana, refletem para todas as partes do mundo uma civilização política muito mais superior”.

AA.VV. *América. Passado e presente*. Rio de Janeiro: Nórdica Ltda, 1992, p. 193.

- a) Em seu discurso, Lafayette elogiava os “felizes Estados Unidos”. Explique por quais motivos ele se identificava mais com o novo regime político norte-americano do que com aquele vigente em seu país.
- b) Para Lafayette, os Estados Unidos eram um único e sólido país. Entretanto, na primeira metade do século XIX, existiam diferenças que opunham os Estados do Norte aos do Sul. Caracterize DUAS dessas diferenças.

**Questão nº 3 (valor: 4,0 pontos)**

“Após a Segunda Guerra Mundial, o otimismo e a esperança implicaram profundas alterações na vida da população em todo o mundo. No Brasil, isso permitiu a uma parcela da população - os setores médios dos centros urbanos - consumir novos e mais produtos. A vontade do novo trazia embutido, em várias áreas da cultura, o desejo de transformar a realidade de um país subdesenvolvido, de retirá-lo do atraso, de construir uma nação realmente independente. O entusiasmo pela possibilidade de construir algo novo implicou o surgimento e o impulso a vários movimentos no campo artístico.”

Adaptado de Mônica Almeida Kornis, “Sociedade e cultura nos anos 1950, <http://cpdoc.fgv.br/producao/dossies/JK/artigos/Sociedade/Anos1950>

- a) Identifique DOIS fatores responsáveis pelo clima de otimismo e esperança que marcou o contexto brasileiro após o fim da Segunda Grande Guerra.
- b) Caracterize UM movimento cultural, ocorrido no Brasil nas décadas de 1950 e 1960, que refletia o “entusiasmo pela possibilidade de construir algo novo”.

**PROVA DISCURSIVA**

**MATEMÁTICA**

**Questão nº 1 (valor: 2,5 pontos)**

Seja  $f(x) = x^2 - 4$ .

- a) Encontre as soluções de  $f(x) = x$ .
- b) Determine para quais valores do parâmetro real  $m$  a equação  $f(x) = x + m$  admite solução real.
- c) Seja  $g(x) = f(f(x))$ . Determine os valores de  $x$  para os quais  $g(x) < 0$ .

**Questão nº 2 (valor: 2,5 pontos)**

Considere uma urna contendo vinte bolas numeradas de 1 a 20. Retiram-se três bolas simultaneamente e de maneira aleatória de dentro desta urna.

- a) Qual a probabilidade de que a soma seja igual a 6?
- b) Qual a probabilidade de que a soma seja igual a 8?
- c) Qual a probabilidade de que a soma seja igual a 15?

**Questão nº 3 (valor: 2,5 pontos)**

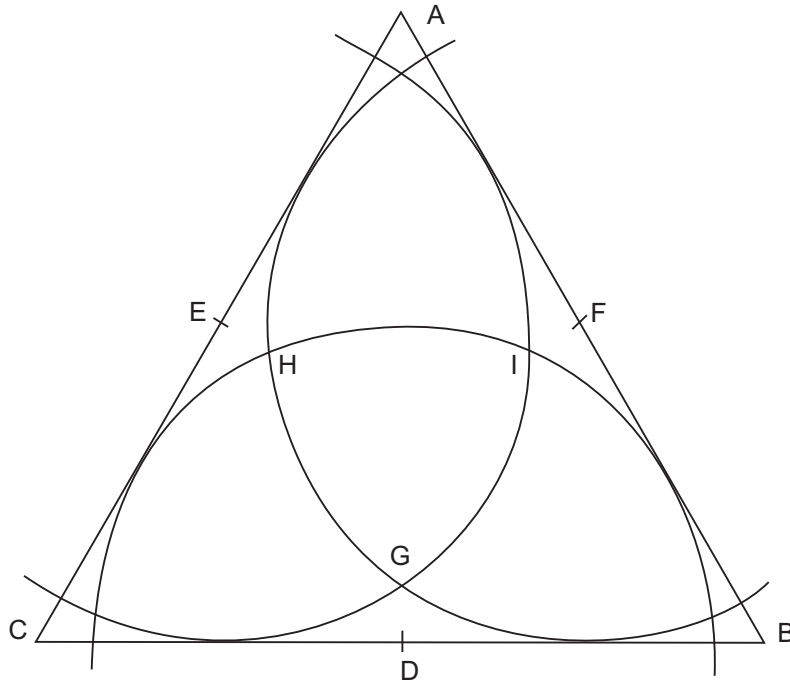
Seja  $f(x) = R \operatorname{sen}(x - a)$ .

Sabemos que  $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$  e  $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$

- a) Calcule  $f(0)$ .
- b) Encontre as soluções reais de  $f(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ,  $0 \leq x \leq 2\pi$ .
- c) Encontre as soluções reais de  $f(x) = \sqrt{3}$ ,  $0 \leq x < 2\pi$ .

**Questão nº 4 (valor: 2,5 pontos)**

Considere o triângulo equilátero  $ABC$  de lado 1. Sejam  $D, E$  e  $F$  pontos médios dos lados. Com centro em  $D$ , trace um círculo de raio  $r$  tangente aos lados  $AC$  e  $AB$  (idem para  $E$  e  $F$ ). Sejam  $G, H$  e  $I$  as interseções entre os círculos indicadas na figura:



- a) Quanto vale  $r$ ?
- b) Qual a distância  $DG$ ?
- c) Qual a distância  $GH$ ?

**RASCUNHO**